

# Val av tågordning och dess påverkan på lösningsrummet

Sara Gestrelus  
Swedish Institute of Computer Science (SICS)  
Box 1263, 164 29 Kista  
email: {sarag}@sics.se

30 november 2011

## 1 Inledning

Reglering av en konflikt i en tågplan sker genom att en interaktionspunkt bestäms, varpå körtiderna anpassas så att de inblandade tågen förhåller sig till denna interaktionspunkt på ett tillåtet sätt. Till exempel kan en omkörning lösas genom att det tåg som ska köras om rullas in på ett sidospår via en växel (interaktionspunkt) och sedan väntar där (anpassning av körtid) tills tåget bakom kört om (konflikten är reglerad).

För att hitta möjliga och bra interaktionspunkter och körtidsanpassningar behövs kunskap om tågens och banans egenskaper och krav. Även om tidtabellkonstruktörerna måste jobba under förutsättning att de angivna datan är korrekt, råder i praktiken en viss osäkerhet vad gäller möjlig trafikeringsdå både banans och tågoperatörernas behov förändras med tiden. Dessutom orsakar uppdelningen i olika konstruktionsområden under själva konstruktionsfasen en stor osäkerhet i tågens ankomsttider till de olika områdena.

Denna text presenterar diverse tankar och metoder som bygger på att alla konfliktregleringsutfall ritas upp i ett stort nätverk, eller *träd*. Träden är användbara för att illustrera planeringsproblemet och de samband som finns. Detta PM inkluderar en lösningsmetod som på gruns av att trädet växer exponentiellt är olämplig för praktiskt bruk. Även metoder som eliminerar s k diskvalificerade lösningar presenteras, men praktisk användning av dessa skulle återigen bli svårt pga problemstorleken. Dock kan tänkas att dessa metoder skulle kunna vara användbara om tågens möjliga avgångs- och ankomsttider inte tillåts variera särskilt mycket.

## 2 Rita upp trädet

Metoderna som presenteras i denna text bygger på ett utfallsnätverk, eller träd, som ritas upp enligt nedan. I beskrivningen som följer förutsätts varje tåg vara

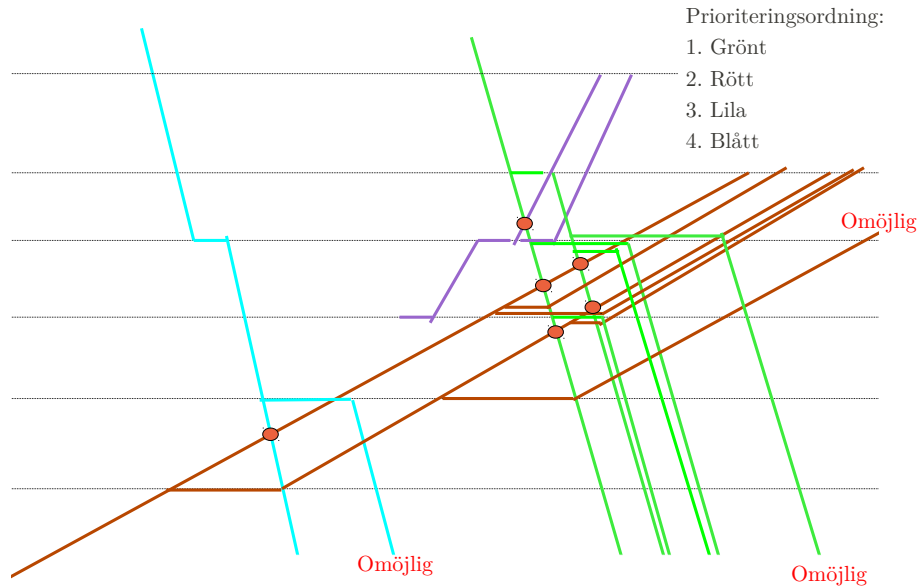
associerat med en tidigast och senaste tidpunkt för varje viktig plats som ska passeras. Om tåget faller utanför dessa på förhand givna ramar, anses det ha förlorat sitt kommersiella värde. En lösning som innehåller ett tåg utan kommersiellt värde är *diskvalificerad*, och är därför inte en godkänd lösning till problemet.

1. Alla tåg börjar på sin utgångspunkt i geografin och på sin tidigaste utgångstid. Tåglägen som helt följer kundens önskemål men ligger så tidigt som möjligt ritas ut för hela tågfärden för alla tåg. Detta ger en tågplan med en större mängd konflikter.
2. En lista med konflikter i ökande tidsordning framställs. En konflikts tidpunkt är den tidpunkt då den kommer inträffa om den inte regleras.
3. Den första konflikten i listan väljs. Finns bara en tåglägesgren för varje tåg i konflikten delas dessa grenar upp i två nya. Den ena nya grenen representerar att tåget tvingats stanna, och den andra att det kört vidare utan stopp. Sådana förgreningar kallas *val* eftersom det är ett val som måste göras. Om det däremot redan finns flera tåglägesgrenar för något av de inblandade tågen måste det andra tågets gren delas i så många grenar som det finns instanser av det första tåget. Instanser som tillkommit genom konflikt med tåget själv räknas inte in. Denna uppdelning görs för att varje nybildad gren sedan ska kunna delas upp i två "vänta eller köra på"-grenar för den instansen som grenen representerar. För att få tydligare figurer ritas inte alltid alla tåglägesdelningar som går på exakt samma tid ut, men de ligger ändå bakom varandra på linjen.
4. De nya konflikter som tillkommer efter förgreningen sorteras in i listan över konflikter och algoritmen fortsätter framåt i tiden mot planeringsperiodens slut.

Allt eftersom schemalösningen bestäms kommer grenar väljas ut eller elimineras från trädet. De grenar som väljs att ingå i lösningen *materialiseras*, medan de grenar som elimineras *kapas*. När en gren materialiseras materialiseras också det val som grenen slutar i. Ett materialiserat val är alltså ett val som kommer göras, men det behöver inte göras direkt. Val kan vara materialiserade under en längre eller kortare tidsperiod innan det slutligen görs. När valet sedan gjorts kallas det *fastställt*. Fastställandet av detta val kommer återigen leda till materialisering av en gren (och det val som finns i slutet av grenen). Det kommer ofta finnas flera materialiserade val samtidigt, och dessa fastställs sedan ett åt gången. Ett val som varken är materialiserat, fastställt eller kapat kallas *väntande*.

### 3 En lokalt optimerande lösningsmetod

Den lokala metoden börjar vid planeringsperiodens slut och går sedan bakåt i tiden över alla konflikter tills den når planeringsperiodens början. I varje konflikt väljs den taktik som ger bäst resultat givet situationen (baserat på exempelvis



Figur 1: Exempelproblem

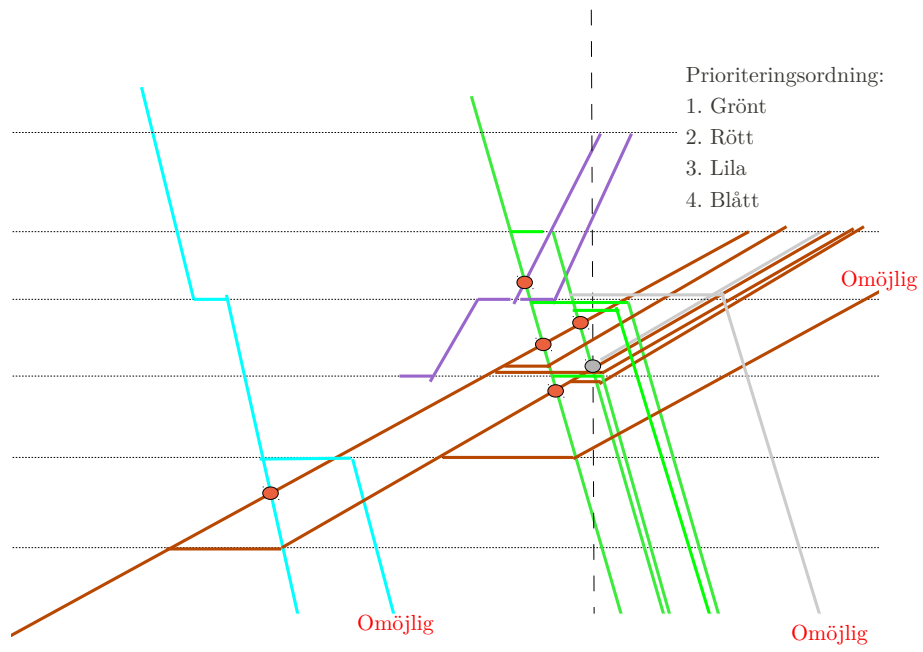
senhet och prioritering) och de grenar som inte är önskvärda kapas. I den här metoden kan alltid de grenar som leder till diskvalificerade lösningar kapas, och på så sätt kommer en verklig lösning, om den existerar, att hittas.

Figur 1 innehåller ett exempel som den lokala metoden kommer demonstreras på. Om det finns flera lösningar är prioriteringsordningen grönt, rött, lila och sist blått. Alla möjliga konflikter är markerade med en genomskinlig röd punkt, och när valet för konflikten gjorts ändras punktens färg till grått. Likaså ändras färgen på kapade grenar till ljusgrå. Det streckade strecket representerar tidpunkten metoden befinner sig på.

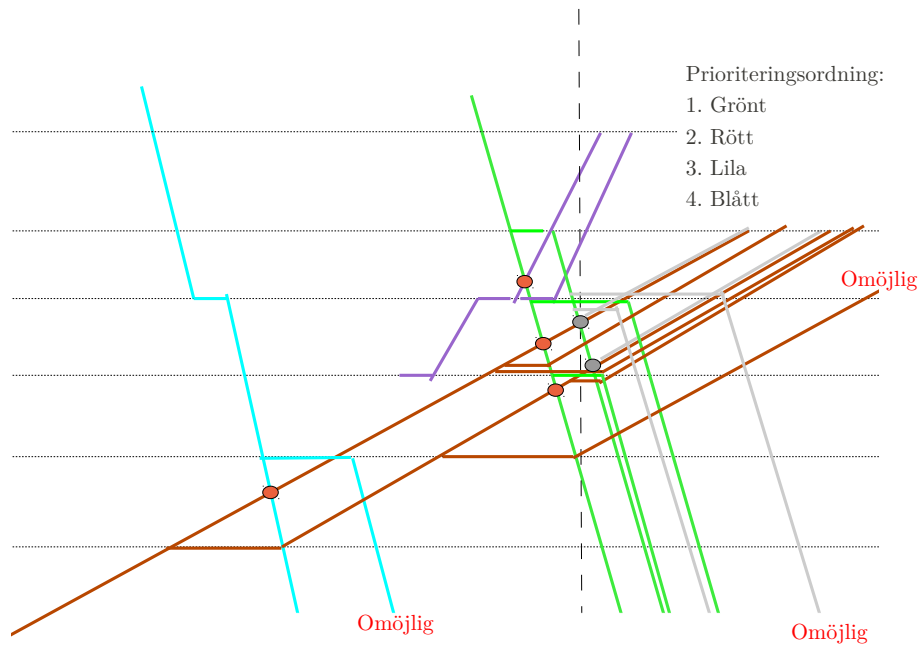
Den senaste möjliga konflikten i problemet är mellan grönt och rött tågs senaste möjliga tåglägen (se figur 2). Om grönt tåg får vänta på rött kommer detta leda till en diskvalificerad lösning, så det enda möjliga valet är att låta rött tåg vänta på grönt. De grenar som representerar att rött tåg kör på och grönt tåg väntar gråmarkeras och kan inte längre ingå i den slutgiltiga lösningen. Observera att det finns fler utfall som kör samtidigt som "rött tåg kör på" och därför syns den grå linjen inte särskilt väl.

Den näst sista möjliga konflikten är den mellan sent grönt tågläge och tidigt rött. Då inget av utfallen leder till en diskvalificerad lösning används prioriteringsordningen och rött tåg får vänta medan grönt kör på (se figur 3).

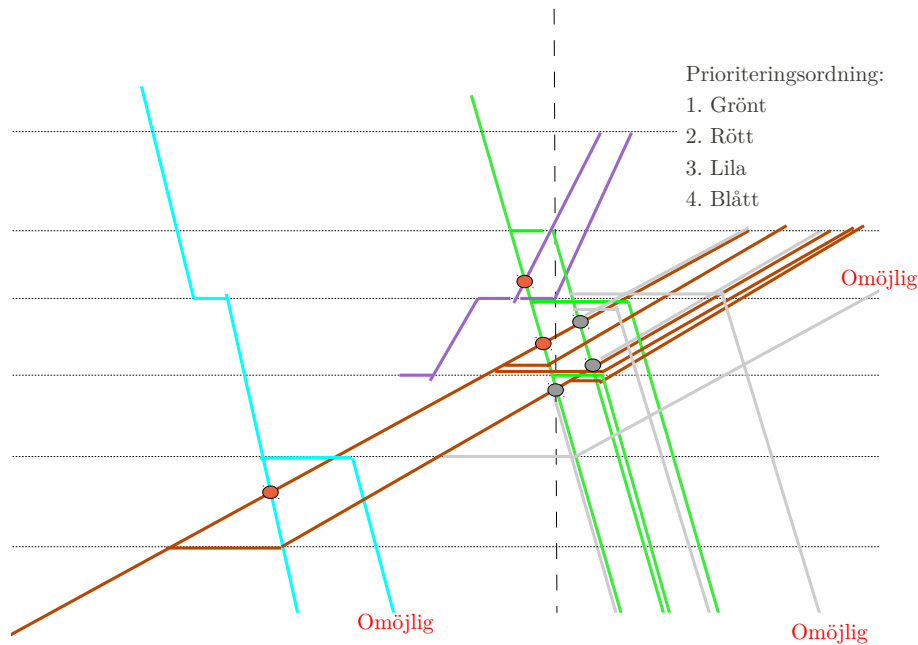
Nästa konflikt i tidsordning är den mellan sent rött tågläge och tidigt grönt (se figur 4). Om rött tåg väntar på grönt leder detta till en diskvalificerad lös-



Figur 2: Val 1



Figur 3: Val 2



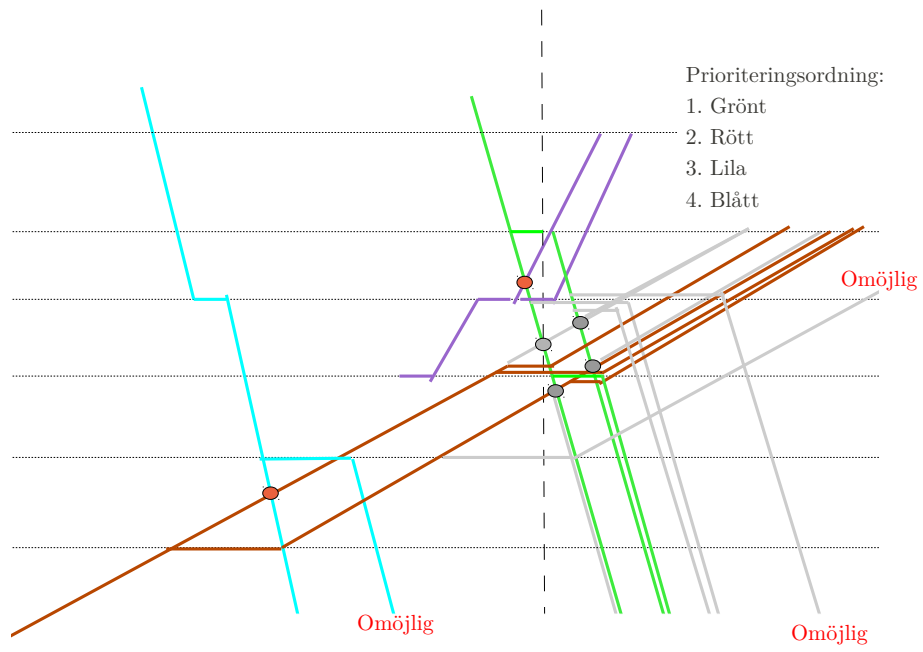
Figur 4: Val 3

ning, och det givna valet är därför att låta grönt tåg vänta. De grenar som representerar att rött tåg väntar och grönt kör på kapas.

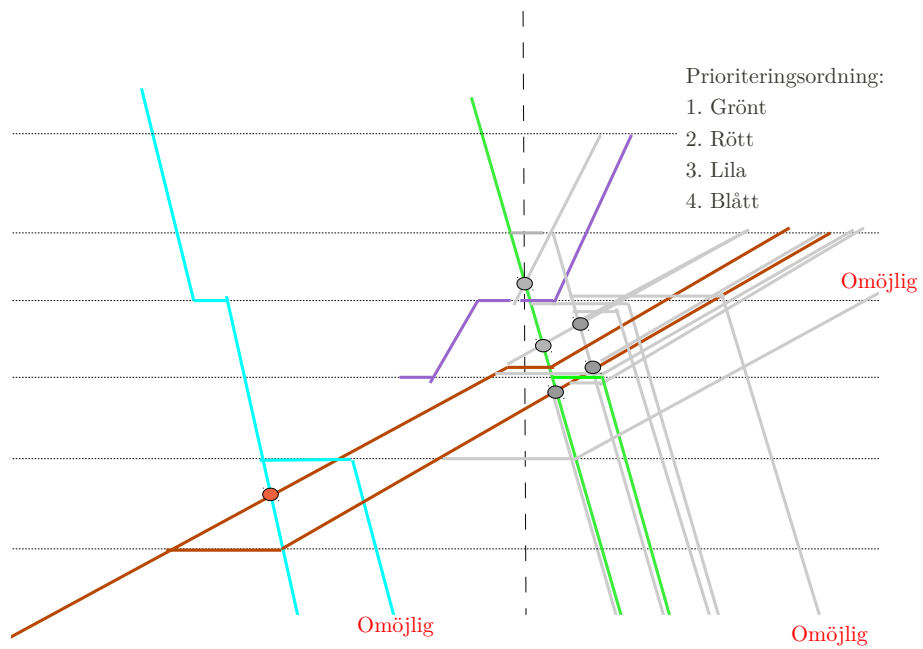
I den fjärde konflikten, den som uppstår om både grönt och rött tåg ligger i sina tidiga tåglägen, leder inget av valen till en diskvalificerad lösning (se figur 5). Därför används prioriteringsordningen och rött tåg får vänta. De grenar som representerar att grönt tåg stannar och rött tåg kör på kapas. Observera att beslut alltid fattas utifrån de grenar som fortfarande finns i problemet, d.v.s. grenar som inte kapas. Därför spelar de diskvalificerade lösningarna ingen roll i det här valet.

Den femte konflikten är den mellan grönt och lila tåg (se figur 6). Inget alternativ leder till en diskvalificerad lösning och prioriteringsordningen används vilket leder till att lila tåg får vänta. De grenar som representerar att grönt tåg stannar och lila kör på kapas. Observera att när den senare gröna grenen kapas försvinner också alla grenar som härstammar från den.

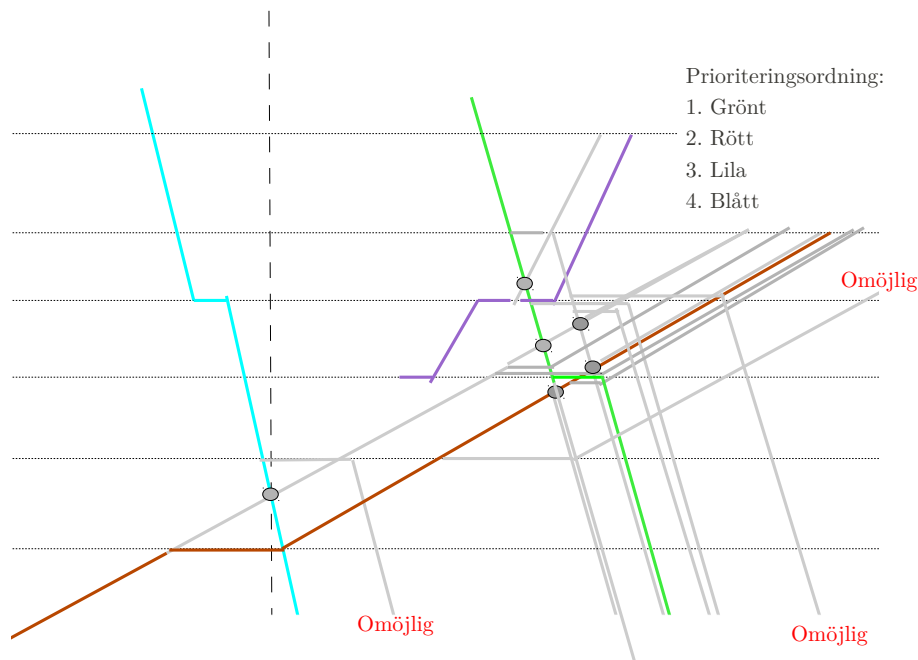
Det sjätte och sista valet är det som måste göras för att lösa konflikten mellan rött och blått tåg (se figur 7). Eftersom blått tåg inte kan vänta utan att missa sitt leveransåtagande, vilket är en diskvalificerad lösning, är det enda giltiga valet att låta blått tåg köra på och rött tåg vänta. Efter detta sista steg har en slutgiltig lösning nåtts, och den syns i figur 7.



Figur 5: Val 4



Figur 6: Val 5



Figur 7: Val 6

## 4 Kapning av grenar som leder till diskvalificerade lösningar

Inom ramen för trädmeter har möjligheten att i ett förarbetssteg kapa grenar som leder till diskvalificerade lösningar undersökts. Nedan presenteras en grov algoritm som skulle uppnå detta, och förfinande utvecklingssteg diskuteras. Precis som tidigare lider dock dessa tekniker av komplexitetsproblem då trädet med alla möjliga utfall växer exponentiellt.

### 4.1 Viktiga koncept

Följande koncept är viktiga under förarbetet. De finns representerade i figur 8.

**Diskvalificerad gren:** Gren som inte uppfyller kundens krav och därför inte kan vara del i en godkänd lösning. Diskvalificerade grenar är markerade som streckade i figur 8. Ett bra exempel är blått tåg. De ankomsttider som kunden accepterar är markerade med en blå rektangel, och om blått tåg ska vänta på sent grönt eller sent ljusblått tåg kommer tåglägen skapas som inte hinner fram i tid. De grenar som representerar dessa tåglägen kallas diskvalificerade och ritas ut streckade (eller inte alls).

**Konsekvens:** Val som egentligen inte är något val då en av förgreningarna är

diskvalificerad. Detta innebär att det ena tågets (det som har två möjliga grenar) uppdelning kommer bestämmas helt av huruvida det andra tågets gren materialiseras eller inte. Återigen är blått tåg ett bra exempel då det bestämmer konflikten med både sent grönt tågläge och sent ljusblått. Konsekvenser är markerade med ett rött K i figur 8.

**Farlig konflikt:** En konflikt mellan två grenar som båda representerar så pass sena tåglägen att inget av tågerna kan vänta på det andra, d.v.s. de är två inkompatibla konsekvenser. I en farlig konflikt kan inte båda grenarna vara materialiserade i den slutgiltiga lösningen. Det finns tre farliga konflikter i figuren (för att göra figuren tydligare har de diskvalificerade grenarna bara ritats ut i konflikt 1).

**Avgörande val:** Det sista val som krävs för att en gren ska materialiseras. Det är viktigt att inse att det avgörande valet inte behöver vara på samma ställe som förgreningen görs om förgreningen är en konsekvens. I sådana fall har en gren två avgörande val: det val som leder till konsekvensen, och det val som gör att den gren som bestäms materialiseras. Studera exempelvis den rosa och gröna grenen i den farliga konflikten i figur 8. Här bestäms varken den gröna eller den rosa grenen i den farliga konflikten i den förgrening som leder till att de uppstår. Faktum är att den gröna sena grenen bestäms vid val A eftersom konflikten med det blåa tågets senare gren är en konsekvens och inte ett val. Dessutom blir val G ett avgörande val då detta val avgör om den gröna grenen som sedan bestäms materialiseras eller inte.

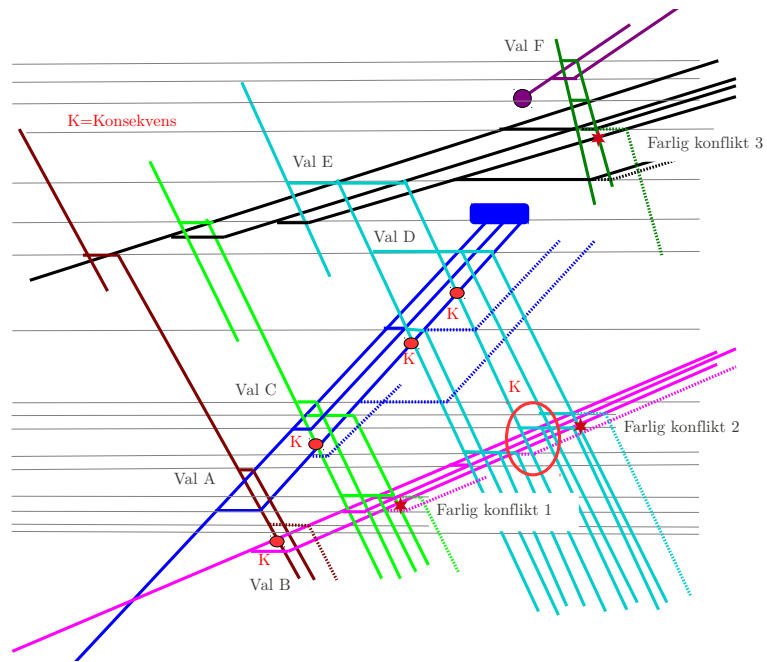
**Val-grupp** För att en farlig konflikt ska inträffa krävs att de avgörande val som leder till materialiseringen av grenarna som slutar i konsekvenserna i den farliga konflikten har gjorts. Dessa avgörande val kallas för en val-grupp.

## 4.2 Grov teknik

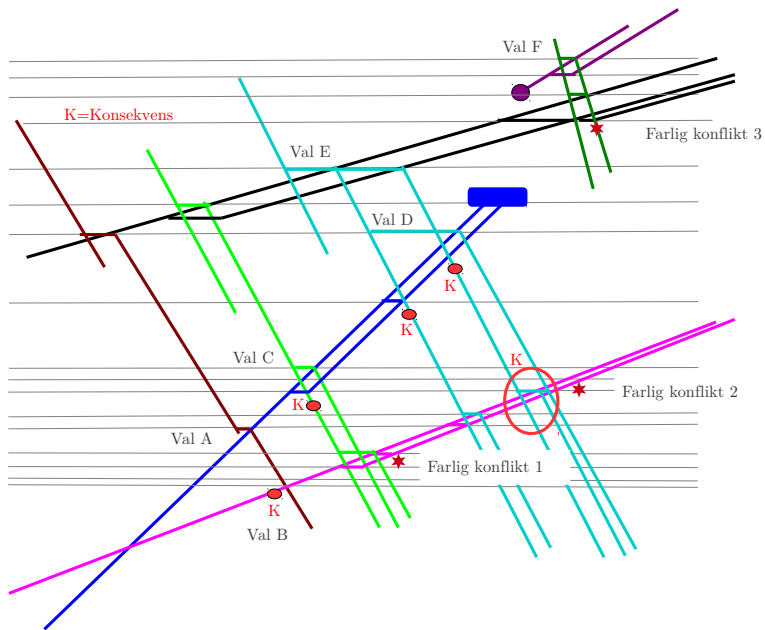
Ett enkelt och grovt sätt att utesluta alla diskvalificerade schemalösningar (och endel möjliga) är att helt enkelt kapa alla diskvalificerade grenar, och alla de senaste grenarna i farliga konflikter. Grenar kapas alltid vid sina avgörande val. Figur 9 visar exemplet från figur 8 efter att den grova metoden används för att kapa alla diskvalificerade lösningar.

## 4.3 Diskussion om förfinade kapningstekniker

En farlig konflikt omöjliggör bara ett schema om båda konsekvenserna är materialiserade. För att en konsekvens ska materialiseras krävs att grenen som leder till den materialiseras. Därför borde en gren till en farlig konflikt egentligen bara kapas om den andra grenen i samma konflikt garanterat kommer materialiseras. Med andra ord, det finns en mängd grenpar där max en av grenarna får vara materialiserad i den slutgiltiga lösningen. Ett sätt att åstadkomma detta är att



Figur 8: Konceptexempel



Figur 9: Grov metod har använts på exemplet i figur 8

låta materialiseringen av en gren till en farliga konflikt kapa den andra grenen. För att detta ska vara möjligt får dock aldrig båda grenarna materialiseras samtidigt eftersom detta skulle förhindra att en av dem kapades. Ett sätt på vilket båda grenarna skulle kunna materialiseras samtidigt är om de har samma avgörande val. Sådana val kallas för *farliga val*. Om grenarna i en farlig konflikt har olika avgörande val kommer den ena grenen materialiseras innan den andra, och därför kommer en kapning ofta kunna ske om så krävs.

Ett farligt val kan bara förstöra ett schema om alla de grenar som är en förutsättning för att den farliga konflikten ska inträffa är materialiserade. D. v. s., om de nästsista avgörande valen för de farliga grenarna gjorts. Kalla dessa nästsista val *nästa avgörande val*. De näst avgörande valen på grenar som inte är på en föregående gren till det sista delade avgörande valet letas upp. Är de näst avgörande valen som hittas samma för båda tågen noteras detta innan letandet efter oberoende avgörande val fortsätter. Slutligen kommer antingen planeringsperiodens början nås, eller så kommer två olika avgörande val hittas. Om planeringsperiodens början nåtts kan den farliga grenen i det sista farliga valet kapas utan att några möjliga lösningar förstörs. Om däremot två olika avgörande val hittas ska det sista farliga valet markeras som farligt, och ett beroende på olika nästa avgörande valen noteras. Om minst ett av de avgörande valen fastställs på ett sådant sätt att den farliga konflikten inte blir av, kommer det farliga valet reduceras till ett vanligt val. Om däremot alla de avgörande valen fastställs på ett sådant sätt att den farliga konflikten kan inträffa, så måste den farliga grenen som leder till konflikten kapas och det farliga valet blir en konsekvens. Om metoden däremot skulle nå det farliga valet och något av de avgörande valen inte fastställts än, så kan metoden materialisera antingen den farliga grenen eller den andra. Om den farliga grenen materialiseras får alla de avgörande valen inte fastställas på ett sådant sätt att konflikten kan bli av. Det vill säga, om alla utom ett av de avgörande valen fastställs på ett farligt sätt, så måste den farliga grenen på det sista avgörande valet kapas. Om alla utom ett av de avgörande valen redan fastställts på ett farlig sätt när det farliga valet fastställs, är valet av när och hur en gren ska kapas lätt; det sista avgörande valets farliga gren kapas om det farliga valet fastställs på ett farligt vis. Om däremot flera avgörande val inte fastställts är proceduren mer komplicerad. Några svårigheter diskuteras nedan.

När farlighet propageras kan det ibland hända att ett val som markeras som farligt redan har en (eller flera) farlig-markeringar. Sådana val kan ibland hamna i situationer då alla valmöjligheter är blockerade. Om en sådan omöjlig situation kan uppstå behöver grenen som leder till valet kunna tas bort, och valet kallas *destruktivt*. Även de grenar som leder till de förutsättningar som leder till att det destruktiva valet blir omöjligt är destruktiva, och de bildar tillsammans med valet en *destruktiv grupp*. Om alla medlemmar i en destruktiv grupp materialiseras så kommer schemat bli omöjligt, och därför så måste den sista medlemmen kapas om de andra materialiserats.

Den kapning av grenar som farliga och destruktiva val innebär kan leda till att andra val reduceras till en konsekvens, vilket i sin tur kan leda till nya farligt val. Detta måste kontrolleras, och om ett nytt farligt val hittas upprepas

proceduren. Detta nya farliga val borde dels ha sina egna villkor men också de villkor som måste uppfyllas för att det ska bli ett farligt val (dvs de villkor som leder till bestämmelsen). Dessutom borde det nu bli detta val (istället för det destruktiva) som är del i den destruktiva grupp där det sista icke-uppfyllda villkoret kapas. Detta eftersom metoden i ett potentiellt farligt val inte kan gå mot något som ser ut att vara ett val, om det sedan genom kapning kan reduceras till en konsekvens.

Vidare svårigheter orsakas om ett val leder till minst en farlig konflikt oavsett vilken fastställning som görs. Kalla dessa val *dubbel-avgörande val*. Dubbel-avgörande val är problematiska då deras fastställning kan propageras till andra farliga konflikter via andra dubbelavgörande val. De *grupper* av dubbel-avgörande val som påverkar varandra kan hittas genom inspektion av de valgrupper som finns. En grupp är sedan en samling av dubbel-avgörande val där ett val ingår i gruppen om det delar en konflikt med minst ett annat val i gruppen (dvs, om det är i samma val-grupp som ett annat val i gruppen). Även avgörande val som inte är dubbel-avgörande men som är i samma val-grupp som något av de dubbel-avgörande valen i gruppen är med i gruppen. Kalla sådana gruppmedlemmar för *ytterval*. De val som delar konflikt kallas *grannar*. En gruppmedlems möjliga fastställningar kommer bero på de övriga medlemmarnas status. Antag exempelvis att alla gruppmedlemmar ingår i valgrupper med två medlemmar, då kommer reglerna nedan gälla:

1. Om ett val inte har någon avgjord granne kan det välja vilken valmöjlighet som helst.
2. Om ett val har en avgjord granne måste det välja den valmöjlighet som är kompatibel med grannens.
3. Om ett val avgörs och har materialiserade grannar kommer även de materialiserade grannarna att avgöras i enighet med det avgjorda valets val.
4. Om ett val avgörs så att det endast finns en valgranne mellan två inkompatibla fastställningar måste denna granne kapas

Precis som alltid när valmöjligheter kapas uppstår problem med propagerad restriktion. Kalla de val som leder till gruppval för föräldraval. Om alla föräldraval är normala val (dvs inte avgörande) så är kapandet inga problem. Om däremot föräldravalet är avgörande, eller föräldraval till flera gruppval krävs mer försiktighet. Om föräldravalet har barn i två grupper leder kapning av ett val i en grupp till att ett val i en annan grupp inte kan kapas om föräldravalet materialiserats. Om föräldravalet är ett avgörande val kan kapning av ett val i en grupp leda till att den farliga grenen blir en konsekvens och inte kan kapas.